NP Ma 4 vt 2014

$\boxed{21}$ Funktion f har derivatan $f'(x) = 4x + 6\cos\frac{x}{2}$

(a) Vi undersöker andraderivatan:

$$f''(x) = 4 + 6\left(\frac{1}{2}\right)(-\sin x) = 4 - 3\sin x$$

Eftersom $-1 \leq \sin x \leq 1$, ser vi att $f''(x)$ är positiv för alla x.

(andraderivatan kan inte bli mindre än $4 - 3 \cdot 1 = 1$.)

Kom ihåg:
$f'(a) = 0,\ f''(a) < 0 \Rightarrow$ max i $x = a$
$f'(b) = 0,\ f''(b) > 0 \Rightarrow$ min i $x = b$

Om nu förstaderivatan har ett nollställe, så att f har en stationär punkt, (max, min eller terrass)

så kan det dock inte vara fråga om en maximipunkt (eftersom $f''(x) > 0$),

utan i så fall måste det vara fråga om en minimipunkt.

(b) Nu undersöker vi om förstaderivatan har något nollställe.

Sätter vi $f'(x) = 0$ får vi ekvationen

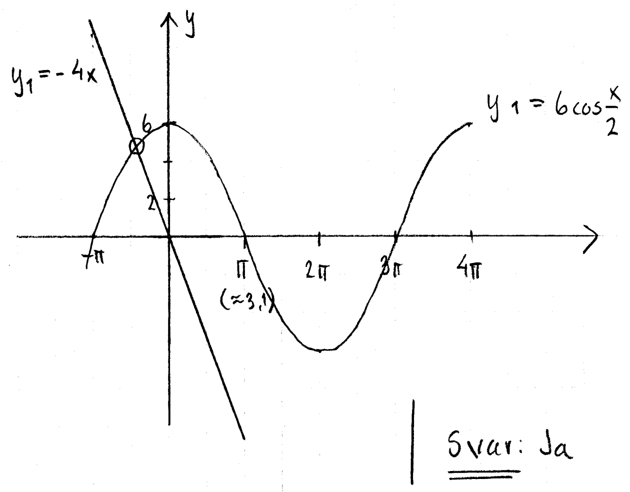
$$4x + 6\cos\frac{x}{2} = 0 \qquad (*)$$

Den här ekvationen kan vi inte lösa exakt, men vi påbörjar en grafisk lösning. Vi skriver om den till

$$6\cos\frac{x}{2} = -4x,$$

och ritar $y_1 = 6\cos\frac{x}{2}$, $y_2 = -4x$, så gott vi kan.

Period $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$



Grov avläsning

Vi ser nu att ekv $(*)$ har en lösning $(x \approx -1{,}4)$, vilket innebär att $f'(x)$ har ett nollställe, vilket innebär att $f(x)$ har en minimipunkt där (min eftersom vi redan i (a) visat att $f''(x) > 0$ för alla x)

<u>Svar:</u> Ja