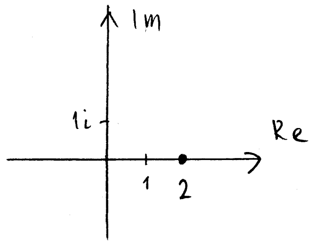
4327

Vi vet att rötterna till en ekvation $z^n = w$ i det komplexa talplanet utgör hörn i en regelbunden månghörning med medelpunkt i origo

Kan vi hitta <u>en</u> rot kan vi därför lista ut ungefär var de andra rötterna hamnar.

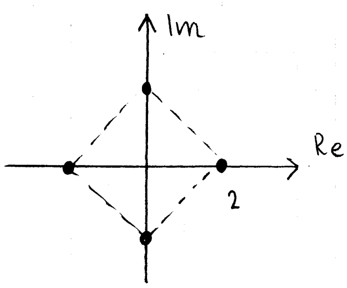
(a) $z^4 = 16$

En rot är $z = 2$, ty $2^4 = 16$



Egentligen: Om punkten som representerar $z=2$ ska vara..

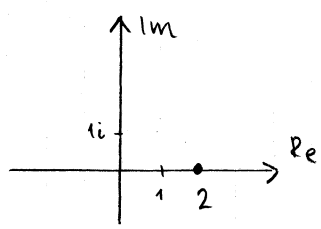
Om $z = 2$ ska vara ett hörn i en regelbunden 4-hörning med medelpunkt i origo så måste fyrhörningen se ut så här:



<u>Svar</u>: Två reella rötter och två icke-reella rötter.

(b) $z^5 = 32$

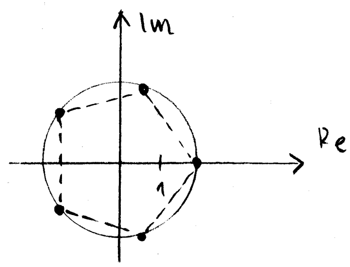
En rot är $z = 2$, ty $2^5 = 32$.



$\boxed{4327}$

(forts)

Om $z = 2$ ska vara ett hörn i en regelbunden 5-hörning med medelpunkt i origo så måste femhörningen se ut ungefär så här:

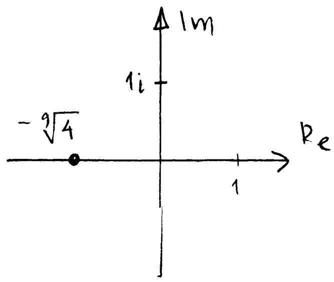


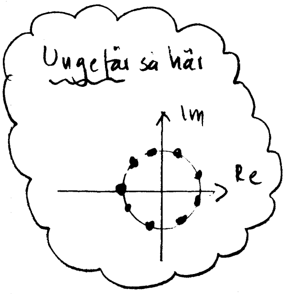
Svar: En reell rot och två icke-reella rötter

(c) $z^9 = -4$

Räknare

En rot är $z = -\sqrt[9]{4}$, ty $(-\sqrt[9]{4})^9 = -4$. $\quad (\sqrt[9]{4} = 4^{\frac{1}{9}} \approx 1{,}167)$





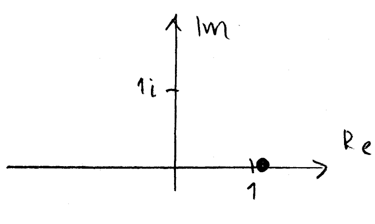
Om $z = -\sqrt[9]{4}$ ska vara hörn i en regelbunden 9-hörning med medelpunkt i origo måste 4 hörn ligga ovanför reella axeln och fyra hörn ligga nedanför reella axeln; dvs vi har 8 icke-reella rötter.

Svar: En reell rot och 8 icke-reella rötter.

(d) $z^{100} = 1000$

Räknare

En rot är $z = \sqrt[100]{1000}$, ty $(\sqrt[100]{1000})^{100} = 1000 \quad (\sqrt[100]{1000} \approx 1{,}0715)$



$\boxed{4327}$

(forts)

Om $z = \sqrt[100]{1000}$ ska vara hörn i en regelbunden 100-hörning med medelpunkt i origo måste ett ytterligare hörn ligga på reella axeln ($z = -\sqrt[100]{1000}$), 49 hörn måste ligga ovanför reella axeln och 49 hörn måste ligga nedanför reella axeln, dvs vi har 98 icke-reella rötter.

Svar: Två reella rötter och 98 icke-reella