

4341

$a^x a^y = a^{x+y}$ även här, med komplexa exponenter

(a)

$$\exp(2 \pm 3\pi i) = e^{2 \pm 3\pi i} = e^2 e^{\pm 3\pi i} = e^2 (\cos(\pm 3\pi) + i \sin(\pm 3\pi))$$
$$= e^2 (-1 + i \cdot 0) = -e^2 \quad \square$$

Vi går två rader på en gång när vi skriver så här.

$\cos 3\pi = -1$ och $\cos(-3\pi) = -1$

$\cos(3\pi) = \cos(3\pi - 1 \cdot 2\pi) = \cos \pi = -1$

(b)

$$\exp\left(\frac{2 + \pi i}{4}\right) = \exp\left(\frac{2}{4} + \frac{\pi i}{4}\right) = \exp\left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} i\right)$$

$\cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$$= e^{\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} i} = e^{\frac{1}{2}} e^{\frac{\pi}{4} i} = e^{\frac{1}{2}} (\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}) = e^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + i \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$= \sqrt{e} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + i \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{\sqrt{e}}{\sqrt{2}} (1 + i) = \sqrt{\frac{e}{2}} (1 + i) \quad \square$$

Byt ut $\frac{1}{\sqrt{2}}$