$\boxed{4414}$

(a) $z^2 - 20z + 109 = 0$

p-q-formeln ger

$$z = 10 \pm \sqrt{10^2 - 109}$$

$$z = 10 \pm \sqrt{-9}$$

$$z = 10 \pm 3i$$

$$z_1 = 10 - 3i \, , \quad z_2 = 10 + 3i$$

! Intressanta observationer !

Rötternas summa: $z_1 + z_2 = (10-3i) + (10+3i) = 20$

Rötternas produkt: $z_1 \cdot z_2 = (10-3i)(10+3i) = 10^2 - (3i)^2 = 100 + 9 = 109$

Konjugatregeln

(b) $z^2 + pz + q = 0$

p-q-formeln ger

$$z = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

$$z_1 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \, , \quad z_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

Rötternas summa

$$z_1 + z_2 = \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}\right) + \left(-\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}\right) = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p$$

Rötternas produkt:

$$z_1 \cdot z_2 = \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}\right)\left(-\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}\right) = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{\frac{p^2}{4} - q}\right)^2$$

$$= \frac{p^2}{4} - \left(\frac{p^2}{4} - q\right) = q$$

(Summan är alltså lika med förstagradskoefficienten med ombytt tecken, produkten är lika med konstanttermen.)