

4428

Ekvationen $x^3 - x^2 - 10x - 8 = 0$ har en rot $x=4$. (*)

Faktorisera polynomet $p(x) = x^3 - x^2 - 10x - 8$.

Lösning:

(*) innebär att $p(x)$ har nollstället $x=4$. Då borde $p(x)$ innehålla en faktor $(x-4)$, så att vi kan skriva $p(x)$ som

$$p(x) = (x-4)q(x),$$

där $q(x)$ är ett polynom som kan bestämmas med polynomdivision:

$$\begin{array}{r}
 x^2 + 3x + 2 \\
 \hline
 x^3 - 1x^2 - 10x - 8 \quad | \quad x - 4 \\
 - (x^3 - 4x^2) \\
 \hline
 3x^2 - 10x - 8 \\
 - (3x^2 - 12x) \\
 \hline
 2x - 8 \\
 - (2x - 8) \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

Alltså har vi att

$$p(x) = (x-4)(x^2 + 3x + 2)$$

Återstår att faktorisera $q(x) = x^2 + 3x + 2$. Detta kan göras genom att bestämma nollställena (som vi gjorde i 3c-kursen). Sätt $q(x) = 0$:

$$0 = x^2 + 3x + 2$$

$$x = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} - \frac{2 \cdot 4}{4}}$$

$$x = -\frac{3}{2} \pm \frac{1}{2}$$

$$x_1 = -2, \quad x_2 = -1$$

Kvadratpolynomet $q(x)$ kan då skrivas

$$q(x) = (x - (-2))(x - (-1)) = (x+2)(x+1)$$

och vi får till sist

$$p(x) = (x-4)(x+1)(x+2) \quad (\underline{\underline{\text{Svar}}})$$

båda
Ty då får vi
att $p(4) = 0$