4460

$$\underbrace{z^4 - z^3 - 5z^2 - z - 6}_{p(z)} = 0 \qquad (*)$$

$$p(i) = i^4 - i^3 - 5i^2 - i - 6 = 1 - (-i) - 5(-1) - i - 6$$

$$= 1 + i + 5 - i - 6 = 0$$

(faktorsatsen)

Alltså är $z_1 = i$ en rot till $(*)$, och då är $(z - i)$ en faktor i $p(z)$

Men om $z_1 = i$ är en rot så är också $z_2 = \bar{z}_1 = -i$ en rot till $(*)$,

(ekv. med reella koefficienter $\Rightarrow$ konjugerade rötter)

och då är $(z - (-i)) = (z + i)$ en faktor i $p(z)$ (enligt faktorsatsen)

Vi har alltså att $p(z)$ innehåller både faktorn $(z - i)$ och faktorn $(z + i)$,

Då kan $p(z)$ skrivas

ett polynom (av grad 2)

$$p(z) = (z - i)(z + i)\, q(z) = (z^2 + 1)\, q(z)$$

Bestäm $q(z)$:

$$\begin{array}{rl}
 & z^2 - 1z - 6 \\
\hline
 & z^4 - 1z^3 - 5z^2 - 1z - 6 \quad \big| \; z^2 + 1 \\
 - & (z^4 \qquad + 1z^2) \\
\hline
 & -1z^3 - 6z^2 - 1z \\
 - & (-1z^3 \qquad - 1z) \\
\hline
 & -6z^2 \qquad - 6 \\
 - & (-6z^2 \qquad - 6) \\
\hline
 & 0
\end{array}$$

Alltså:

$$p(z) = (z^2 + 1)(z^2 - z - 6)$$

Ekvationen $(*)$ kan då skrivas

$$(z^2 + 1)(z^2 - z - 6) = 0$$

$\boxed{4460}$

(forts)

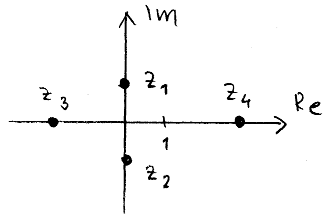
Nollproduktmetoden ger nu

$$z^2 - z - 6 = 0$$ (inga nya rötter ges av $z^2 + 1 = 0$)

$$z = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{6 \cdot 4}{4}}$$

$$z = \frac{1}{2} \pm \frac{5}{2}$$

$$z_3 = -2, \quad z_4 = 3$$



Svar: $z_1 = i$, $z_2 = -i$, $z_3 = -2$, $z_4 = 3$