$\boxed{4130}$

Bestäm a så att

$$y = e^{-x} \cdot \sin ax \qquad (1)$$

blir en lösning till

$$y'' + 2y' + 5y = 0 \qquad (*)$$

Använd produktregeln

Börja med att derivera (1):

$$y' = (-e^{-x}) \cdot \sin ax + e^{-x} \cdot a\cos ax = -e^{-x}\sin ax + e^{-x} a\cos ax \qquad (2)$$

$$y'' = e^{-x} \cdot \sin ax + (-e^{-x}) a\cos ax + (-e^{-x}) a \cdot \cos ax + e^{-x} a^2(-\sin ax)$$

$$= e^{-x}\sin ax - e^{-x} a\cos ax - e^{-x} a\cos ax - e^{-x} a^2 \sin ax$$

$e^{-x}\sin ax - e^{-x}a^2\sin ax = (1-a^2)e^{-x}\sin ax$

$$= (1-a^2)e^{-x}\sin ax - 2e^{-x}a\cos ax \qquad (3)$$

Insättning av (1), (2) och (3) i (*) ger nu

$$(1-a^2)e^{-x}\sin ax - 2e^{-x}a\cos ax + 2(-e^{-x}\sin ax + e^{-x}a\cos ax) + 5 \cdot e^{-x}\sin ax = 0$$

$$(1-a^2)e^{-x}\sin ax - 2e^{-x}a\cos ax - 2e^{-x}\sin ax + 2e^{-x}a\cos ax + 5e^{-x}\sin ax = 0$$

$$(1-a^2)e^{-x}\sin ax + 3e^{-x}\sin ax = 0$$

$$(4-a^2)e^{-x}\sin ax = 0$$

Nu ser vi att VL = HL för alla x endast om

$$4 - a^2 = 0$$

$$a = \pm 2$$

Om a = 0 blir förvisso också VL = HL, men insättning av a = 0 i (1) ger y = 0, och en sådan lösning är vi inte så intresserade av

Svar: a = −2 eller a = 2