

Ledtrådar till några uppgifter i Matematik 5000⁺ Kurs 3c

Christian Karlsson

29 september 2025

Tänk på att uppgifter ofta kan lösas på olika sätt, så det är inte säkert att ledtrådarna här är de bästa utifrån hur *du* har tänkt. Men jag har försökt skriva något som leder fram till *en* möjlig lösning.

Använd inte ledtrådarna för tidigt, och tänk på att sluta läsa så fort du har fått någon idé om hur du kan fortsätta. Det är bara när du gör saker själv som du verkligen lär dig något!

Säg gärna till om något är konstigt här! Ibland kan ledtrådar bli snubbeltrådar, och det är ju inte meningen.

Uppgifter som tas upp:

1141

1162

1309

1347

1374(b)(c)(d)

...

- 1141 Sätt först in $p(x) = ax^2 + bx + c$ i VL och multiplicera ihop och förenkla. Jämför sedan koefficienter i VL och HL (likheten gäller för alla x endast om respektive koefficienter är lika).

(Till exempel är $ax + 4 = 7x + b$ för alla x endast om $a = 7, b = 4$.)

Tänk också på att HL kan skrivas $1 \cdot x^3 + 0 \cdot x^2 + 1 \cdot x - 2$, om man vill att koefficienternas värden ska synas tydligt.

- 1162 Den här ekvationen är av typen $4x^2 - A = 0$, vilken kan skrivas om till $4x^2 = A$. Denna i sin tur löses enklast med kvadratrotsmetoden (t.ex. $x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{9}$).

- 1309 Rita först graferna till $f(x) = 4x - x^2$ och $g(x) = 2x - 3$ med hjälp av Geogebra. (a)-uppgiften löses sedan enklast med "NLös(f(x)=-5)". Vill man göra det grafiskt kan man rita grafen till högerledet ($p(x) = -5$) och sedan låta Geogebra hitta skärningspunkterna. Skärningspunkternas x -koordinater ger lösningarna till ekvationen.

I (b)-uppgiften gäller det att tänka på att ekvationen $f(x) - g(x) = 0$ kan skrivas om till $f(x) = g(x)$. Vi ska alltså ta reda på de x -värden där funktionsvärdena är lika, det vill säga där graferna skär varandra.

I (c)-uppgiften behöver vi undersöka vilka y -värden som är möjliga för respektive funktion. Gör en egen liten skiss och markera rätt intervall på y -axeln (exempeluppgift 1302 (d) och (e) är lik och kan vara bra att titta på).

- 1347 Linjen $y = x + a$ (vars position i y -led bestäms av parametern a) kommer att vara en sekant till kurvan om den skär i två punkter.

Skärningspunkter mellan två kurvor får vi allmänt genom att sätta kurvuttrycken lika. Den uppkomna ekvationens lösningar ger skärningspunkternas x -koordinater, och antalet lösningar ger antalet skärningspunkter.

För vilka värden på a kommer ekvationen i det här fallet att ha två lösningar?

- 1374 (b) Eftersom nämnaren $\rightarrow 0$ där $x \rightarrow 1$ behöver vi skriva om uttrycket. Försök att faktorisera både täljare och nämnare genom att leta nollställena och tänka på att ett andragradspolynom kan skrivas $k(x - A)(x - B)$, där A och B är polynomets nollställena (se s. 21–23).

(c) I gränsvärden där $x \rightarrow \pm\infty$ är det bra att försöka få fram uttryck av typen $\frac{1}{x}$ eller $\frac{1}{x^2}$ eller liknande. Här skulle jag därför utvecklat nämnaren och sedan förlängt med $\frac{1}{x^2}$, så här:

$$\frac{x + 12x^2}{(2x - 1)^2} = \frac{(x + 12x^2) \cdot \frac{1}{x^2}}{(4x^2 - 4x + 1) \cdot \frac{1}{x^2}} = \dots$$

- (d) Här borde det vara bra att förlänga uttrycket under rottecknet med $\frac{1}{x}$.