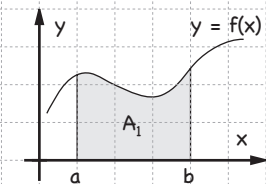


# Saker vi kan göra med integraler

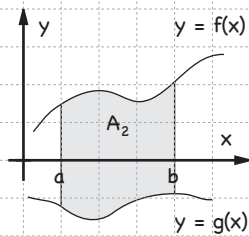
$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a), \text{ där } F'(x) = f(x) \quad (*)$$

Med integraler kan vi ...

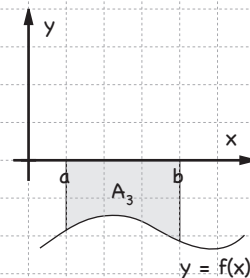
1) beräkna areor:



$$A_1 = \int_a^b f(x) dx$$



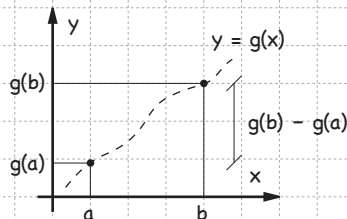
$$A_2 = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$$



$$A_3 = \int_a^b [0 - f(x)] dx$$

2) beräkna förändringar om derivatan (förändringshastigheten) är känd:

$$g(b) - g(a) = \int_a^b g'(x) dx$$



Motivering: (\*) ger  $F(b) - F(a) = \int_a^b F'(x) dx$   
förändringen av F integralen av F'

Uppgifter där detta kan användas kan också lösas genom att bestämma rätt primitiv funktion till  $g'(x)$ .

3) summera oändligt många oändligt små bidrag:

Ex 1 Föremål rör sig med hastigheten  $v(t) = 9,8t$ . Hur långt rör sig föremålet under de tre första sekunderna?

Liten förflyttning under ett litet tidsintervall

$$\Delta s = v(t) \cdot \Delta t = 9,8t \cdot \Delta t$$

Hela förflyttningen

$$s(t_2) - s(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt = \int_0^3 9,8t dt = \dots \approx 44$$

$$f' = \frac{df}{dx}$$

→

|   |   |    |     |
|---|---|----|-----|
| F | f | f' | f'' |
|   | s | s' | s'' |
|   |   | v  | v'  |
|   |   |    | a   |
|   | N | N' |     |

←

$$f(b) - f(a) = \int_a^b f'(x) dx$$

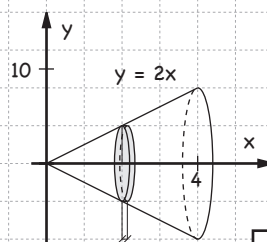
Ex 2 Linjen  $y = 2x$ , x-axeln och linjen  $x = 4$  begränsar ett område som får rotera kring x-axeln. Bestäm rotationskroppens volym.

Volymen av en tunn skiva

$$\Delta V = \pi y^2 \cdot \Delta x = \pi (2x)^2 \cdot \Delta x = 4\pi x^2 \cdot \Delta x$$

Hela volymen

$$V = \int_0^4 4\pi x^2 dx = \dots = \frac{256\pi}{3}$$



$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x = \int_a^b f(x) dx$$